Monotonie

$Ist\ f'(x) > 0\ für\ alle\ x \in I\ so\ ist\ die\ \boldsymbol{f(x) streng\ monoton\ steigend}\ auf\ I$

$Ist\ f'(x) < 0\ für\ alle\ x \in I\ so\ ist\ die\ \boldsymbol{f(x) streng\ monoton\ fallend}\ auf\ I$

$Ist\ f'(x) \geq 0\ für\ alle\ x \in I\ so\ ist\ die\ \boldsymbol{f(x)\ monoton\ steigend}\ auf\ I$

$Ist\ f'(x) \leq 0\ für\ alle\ x \in I\ so\ ist\ die\ \boldsymbol{f(x)\ monoton\ fallend}\ auf\ I$

Aufgaben:

1) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4$

2) $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x^2 + 3$

3) $f(x) = \frac{1}{5}x^3 - 3x^2 + 7$

4) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 4$

Lösungen:

1. Ableitung f\`(x) = $x^2 - 4x$, f\`(x) hat Nullstellen bei x= 0 und x= 4. Für x < 0 ist $f`(-1) = (-1)^2 - (4 \cdot -1) = 3$, f\`(x) > 0,

also ist f nach dem Monotoniekriterium in diesem Bereich streng monoton steigend.

Für 0 < x < 4 ist z.B. f\`(2 )=-4 , f\`(x) < 0, f ist dort streng monoton fallend. Für x > 4 , z.B. f\`(5)=5, ist f\`(x) > 0, f ist dort also streng monoton steigend

2. Ableitung f\`(x) = $\frac{3^2}{4} - 2x$, f\`(x) hat Nullstellen bei x= 0 und x= $\frac{8}{3}$. Für x < 0 ist $f`(-1) = 2{,}75$, f\`(x) > 0,

also ist f nach dem Monotoniekriterium in diesem Bereich streng monoton steigend.

Für 0 < x < $\frac{8}{3}$ ist z.B. f\`(1 )= - 1,25 , f\`(x) < 0, f ist dort streng monoton fallend. Für x > $\frac{8}{3}$, z.B. f\`($\frac{10}{3}$)=$\frac{5}{3}$, ist f\`(x) > 0, f ist dort also streng monoton steigend

3. Ableitung f\`(x) = $(\frac{3}{5})^2 - 6x$, f\`(x) hat Nullstellen bei x = 0 und x = 10. Für x < 0 z.B. ist $f`(-1) = 6{,}6$, f\`(x) > 0,

also ist f nach dem Monotoniekriterium in diesem Bereich streng monoton steigend.

Für 0 < x < 10 ist z.B. f\`(9 )= - 5,4 , f\`(x) < 0, f ist dort streng monoton fallend. Für x > 10 , z.B. f\`(11)= $\frac{33}{5}$, ist f\`(x) > 0, f ist dort also streng monoton steigend

4. Ableitung f\`(x) = $x^2 - 2x$, f\`(x) hat Nullstellen bei x= 0 und x= 2. Für x < 0 ist f\`(x) > 0,

also ist f nach dem Monotoniekriterium in diesem Bereich streng monoton steigend.

Für 0 < x < 2 ist f\`(x) < 0, f ist dort streng monoton fallend. Für x > 2 ist f\`(x) > 0, f ist dort also streng monoton steigend